به نام خدا

دانشگاه فنی و حرفه‌ای

دانشکده فنی نوشهر

فیزیک عمومی

حامد خسروبیگی

زمستان ۱۳۹۸

تعاریف اولیه

جلسه اول

کمیت : به تمامی پدیده های قابل اندازه گیری موجود در طبیعت کمیت گفته می شود.

یکا (واحد) : معیار و مقیاس ومبنایی است که اندازه‌گیری هرکمیت براساس آن صورت می‌گیرد.

کمیت‌های اصلی

کمیت	نماد	یکا	
طول	x, h, L	متر	m
جرم	M,m	کیلوگرم	Kg
زمان	t	ثانیه	s
شدت جریان الکتریکی	I	آمپر	A
دمای مطلق	T	کلوین	K
مقدار ماده	n	مول	Mol
شدت روشنایی	I_t	کاندلا	Cd

تعاریف اولیه

جلسه اول

استانداردهای اصلی

- زمان: یک ثانیه مدت زمان لازم برای وقوع 9192631770 نوسان نور است که از اتم سزیم ۱۳۳ گسیل می شود.
- طول: متر طول مسیری است که نور در فاصله زمانی $\frac{1}{299792458}$ ثانیه در خلا می پیماید.
- جرم: کیلوگرم برحسب یک جرم استاندارد از پلاتین-ایریدیم تعریف می شود که در نزدیکی پاریس نگهداری می شود.

جلسه اول

تعاریف اولیه

کمیت های فرعی : کمیتهایی که یکای آنها بر اساس یکای کمیت اصلی و یک رابطهٔ فیزیکی یا ریاضی بدست می‌آید.

چند کمیت فرعی : مساحت، چگالی، حجم، فشار، سرعت، شتاب، کار، ولتاژ و توان.

پیشوندهای یکاها : برخی از اعداد یکاها چون دهها برابر کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از یک هستند لذا باید توسط پیشوندهایی که در پشت یکا نوشته می شود مشخص گردند تا هم خواندن و هم نوشتن آنها ساده شود.

پیشوند	نماد	ضریب	پیشوند	نماد	ضریب
اگزا	E	10^{18}	دسي	d	10^{-1}
پتا	P	10^{15}	سانتي	c	10^{-2}
ترا	T	10^{12}	ميلي	m	10^{-3}
گیگا	G	10^{9}	میکرو	μ	10^{-6}
مگا	M	10^{6}	نانو	n	10^{-9}
کیلو	k	10^{3}	پیکو	p	10^{-12}
هکتو	h	10^{2}	فمتو	f	10^{-15}
دکا	da	10^{1}	آتو	a	10^{-18}

تعاریف اولیه

جلسه اول

- چند مثال از نمادگذاری علمی

$$25500000\ \mathrm{m} = 2.55\times10^{7}\ \mathrm{m}$$

$$0.00000345\ \mathrm{s} = 3.45\times10^{-6}\ \mathrm{s}$$

$$1.27\times10^{9}\ \mathrm{W} = 1.27\ \mathrm{GW} = 1.27$$ گیگا وات

$$2.35\times10^{-9}\ \mathrm{s} = 2.35\ \mathrm{ns} = 2.35$$ نانو ثانیه

جلسه اول

تعاریف اولیه

- **کمیت‌های نرده ای** : کمیت هایی که تنها با داشتن مقدار و بزرگی آنها می توان آنها را مشخص کرد را کمیات نرده‌ای یا اسکالر گویند مثل جرم، زمان، دما، چگالی، انرژی، فشار

- **کمیت‌های برداری** : کمیت‌هایی که علاوه بر مقدار و بزرگی دارای جهت می باشند و از قاعده جمع برداری پیروی می کنند را کمیات برداری می گویند.

- **جابجایی** : پاره خط مستقیم و جهت داری است که ابتدای مسیر حرکت را به انتهای مسیر حرکت وصل می کند.

تعاریف اولیه

تبدیل واحد

به عنوان مثال یک کیلومتر برابر با ۱۰۰۰ متر و یک ساعت برابر با ۳۶۰۰ ثانیه است

$$1\,km = 1000\,m$$
$$1\,h = 3600\,S$$

از این‌رو می‌توان گفت :

$$1\,\frac{km}{h} = \frac{1000}{3600}\,\frac{m}{s}$$

و به عنوان مثال :

$$72\,\frac{km}{h} = 72 \times \frac{1000}{3600}\frac{m}{s} = 20\,\frac{m}{s}$$

تعاریف اولیه

جدول تبدیل واحدهای طول:

متریک (SI)					
1 centimeter	=	10 millimeters	1 cm	=	10 mm
1 meter	=	100 centimeters	1 m	=	100 cm
1 kilometer	=	1000 meters	1 km	=	1000 m

استاندارد آمریکا					
1 foot	=	12 inches	1 ft	=	12 in
1 yard	=	3 feet	1 yd	=	3 ft
1 yard	=	36 inches	1 yd	=	36 in
1 mile	=	1760 yards	1 mi	=	1760 yd

متریک ⇦ استاندارد آمریکا					
1 millimeter	=	0.03937 inches	1 mm	=	0.03937 in
1 centimeter	=	0.39370 inches	1 cm	=	0.39370 in
1 meter	=	39.37008 inches	1 m	=	39.37008 in
1 meter	=	3.28084 feet	1 m	=	3.28084 ft
1 meter	=	1.09361 yards	1 m	=	1.09361 yd
1 kilometer	=	1093.6133 yards	1 km	=	1093.6133 yd
1 kilometer	=	0.62137 miles	1 km	=	0.62137 mi

استاندارد آمریکا ⇦ متریک					
1 inch	=	2.54 centimeters	1 in	=	2.54 cm
1 foot	=	30.48 centimeters	1 ft	=	30.48 cm
1 yard	=	91.44 centimeters	1 yd	=	91.44 cm
1 yard	=	0.9144 meters	1 yd	=	0.9144 m
1 mile	=	1609.344 meters	1 mi	=	1609.344 m
1 mile	=	1.609344 kilometers	1 mi	=	1.609344 km

تعاریف اولیه

جلسه اول

اتومبیلی با سرعت ۲۰۰۰ فوت بر دقیقه حرکت می کند. سرعت اتومبیل چند متر بر ثانیه است:

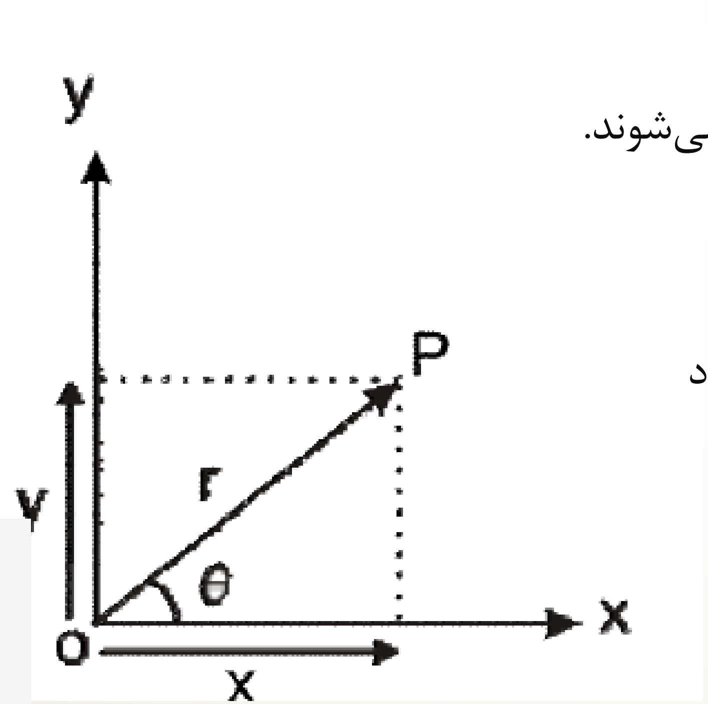
$$v = 2000\frac{\text{ft}}{\text{min}} = \left(2000\frac{\text{ft}}{\text{min}}\right)\left(\frac{0.3\text{m}}{1\text{ft}}\right)\left(\frac{1\,\text{min}}{60\text{s}}\right) = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

چارچوب مرجع و دستگاه مختصات

جلسه دوم

- مکان یک جسم تنها نسبت به یک چارچوب مرجع معنی دارد. در فیزیک مکانیک اغلب از دستگاه مختصات دکارتی به عنوان چارچوب مرجع استفاده می‌شود.

  در دستگاه مختصات دکارتی سه‌بعدیی محورها بر هم عمودند و در مبدا یکدیگر را قطع می‌کنند و این محورها را با x، y ،z نمایش می‌دهند.



- در دستگاه دوبعدی محورهای معمولا با x و y نمایش داده می‌شوند.
- مکان نقطه P را می‌توان در دستگاه دکارتی مشخص کرد.
- بردار $\vec{r}$ را نیز می‌توان به مولفه‌های آن یعنی x و y تجزیه کرد

$$x = r\cos(\theta)$$

$$y = r\sin(\theta)$$

چارچوب مرجع و دستگاه مختصات

مثال : توپی با سرعت اولیه ۱۰ متر بر ثانیه تحت زاویه ۳۰ درجه نسبت به افق شوت می‌شود، مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت شوت را حساب کنید.

$$V = 10\ {}^{m}/_{s}$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$\sin 30^\circ = 0.5$$

$$\cos 30^\circ = 0.86$$

$$V_x = V.\cos\ \alpha = ۱۰ \times ۰/۸۶ = ۸/۶\ {}^{m}/_{s}$$

$$V_y = V.\sin\ \alpha = ۱۰ \times ۰/۵ = ۵\ {}^{m}/_{s}$$

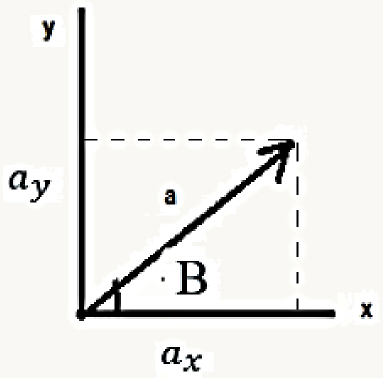
بردارها

جلسه دوم

زاویه بردار: زاویه ایست که با قسمت مثبت محور x ها میسازد.

در شکل مقابل زاویه را با B نشان داده ایم. این زاویه بستگی به این دارد که بردار در چه ناحیه ای از دایره مرجع قرار دارد

اینجا در ربع اول است و تانژانت زاویه مثبت است. در ناحیه دوم زاویه از ۹۰ بزگتر است.



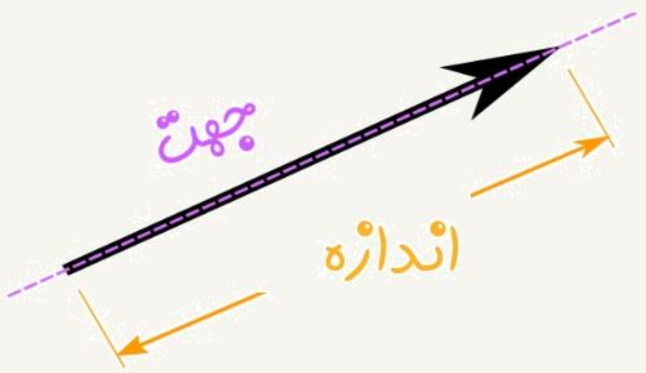
زاویه را به طریق روبرو به دست می آوریم

$$tanB = \frac{a_y}{a_x}$$

بردارها

جلسه دوم

- همان‌طور که پیش از این اشاره شد کمیت‌ها یا برداری هستند یا اسکالر
- اسکالر تنها دارای اندازه است و بردار علاوه بر اندازه دارای جهت نیز است مانند بردار $\vec{r}$
- بردارها را با یک حرف انگلیسی و یک پیکان بالای آن یا حرف بزرگ انگلیسی نشان می‌دهند.
- اگر اندازه بردار مورد نظر باشد آن را بدون پیکان یا درون قدرمطلق نشان می‌دهیم مانند r یا $|r|$



وقتی می گوییم ۱۰ متر به طرف شمال یعنی مقدار آن ۱۰ متر و جهتش رو به شمال است.

بردارها

جلسه دوم

نکته:

1) از آنجا که بردار دارای اندازه و جهت است هر کدام از این دو تغییر کند دیگر بردار قبلی نخواهد بود.

2) هیچگاه یک اسکالر برابر با یک بردار $\left(A=\vec{B}\right)$ نمی شود و هیچگاه می توان یک اسکالر را با بردار جمع $\left(A+\vec{B}\right)$ کرد و کاملا بی معنی است.

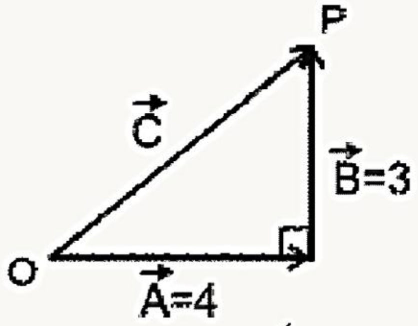
3) بردارها را میتوان در یک عدد خالص یا اسکالر ضرب نمود و اگر در عددی منفی ضرب شود جهت آن عوض می شود.

منفی یک بردار بردار دیگری است که اندازه آن با بردار اول مساوی ولی در جهت مخالف بردار اولی است.

بردارها

جمع بردارها

اندازه بردار برآیند $\Longrightarrow C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2\,AB\cos\theta}$



برای روشن شدن مفهوم جمع دو بردار، دو بردار جابجایی را با هم جمع می کنیم. مطابق شکل بالا شخصی از نقطه **O**، **4** متر به سمت شرق و بعد **3** متر به طرف شمال می رود.جابجایی اول را با $\vec{A}$ و جابجایی دوم را با $\vec{B}$ نشان می دهیم.

در این جابجایی شخص از نقطه **O** به **P** منتقل شده است که جابجایی خالص نام دارد و آن را با $\vec{C}$ نمایش و به $(\vec{C})$ جمع برداری یا برآیند دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ می گویند.

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

بردارها

جلسه دوم

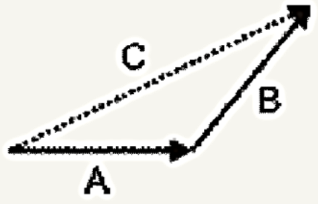
نکته: توجه کنید که معادله بالا یک معادله برداری است و طبق فرمول بالا یا قضیه فیثاغورث $(C = \sqrt{A^2 + B^2})$ اندازه $\dot{C}$ برابر با **5** است و چنانچه مشاهده می شود برآیند دو بردار با مجموع اندازه آنها برابر نیست.

$$|\dot{A} + \dot{B}| \neq A + B$$

$|\dot{A} + \dot{B}| = A + B \Leftrightarrow$ دو بردار موازی و هم جهت باشند

نکته: جمع و تفریق دو بردار یک بردار است و نه یک عدد.

روش نموداری جمع دو بردار: ابتدا یکی از بردارها را رسم می کنیم و سپس بردار دیگر را به صورتی رسم می کنیم که دم بردار دوم بر سر بردار اول منطبق باشد. حال از دم بردار اول به سر بردار دوم رسم می کنیم تا بردار برآیند به دست آید.



خواص جمع بردارها:

1) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$ جابجایی پذیری

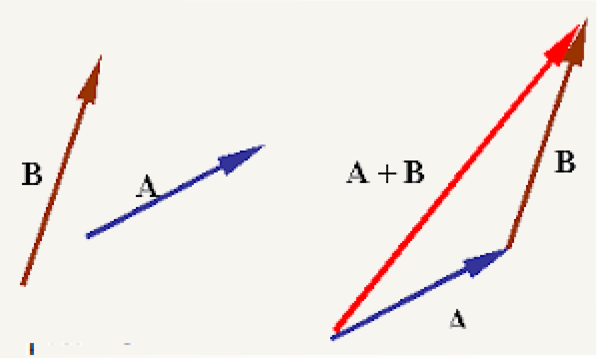
2) $(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$ انجمن پذیری

بردارها

رسم برآیند دو بردار

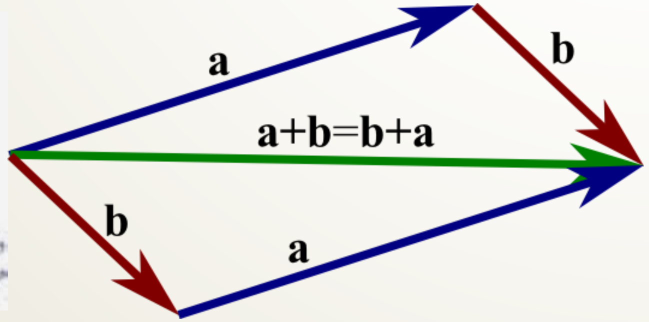
روش مثلث:

برای رسم برآیند دو بردار به روش مثلث،ابتدا از انتهای یکی از بردارها هم سنگ دیگری را رسم می‌کنیم، سپس از ابتدای بردار اول به انتهای بردار دوم وصل می‌کنیم.



روش متوازی الاضلاع:

برای رسم برآیند دو بردار به روش متوازی الاضلاع، از ابتدای یکی از بردارها هم سنگ دیگری را رسم کرده بر روی آن‌ها متوازی الاضلاعی می‌سازیم. قطر این متوازی الاضلاع برآیند دو بردار می‌باشد



بردارها

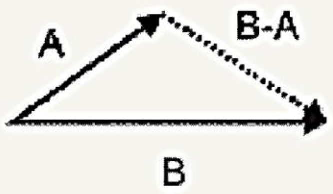
تفریق بردارها

اندازه تفریق دو بردار $\Longrightarrow C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}$

تفریق دو بردار حالت خاصی از جمع دو بردار است.

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

روش رسم: ابتدا دو بردار را از یک مبدا رسم می کنیم و در این صورت تفاضل دو بردار $(\vec{A}-\vec{B})$، برداری است که انتهای $\vec{B}$ را به انتهای $\vec{A}$ وصل می کند.



نکته:

$$\vec{A} - \vec{B} \neq \vec{B} - \vec{A}$$

بردارها

جلسه سوم

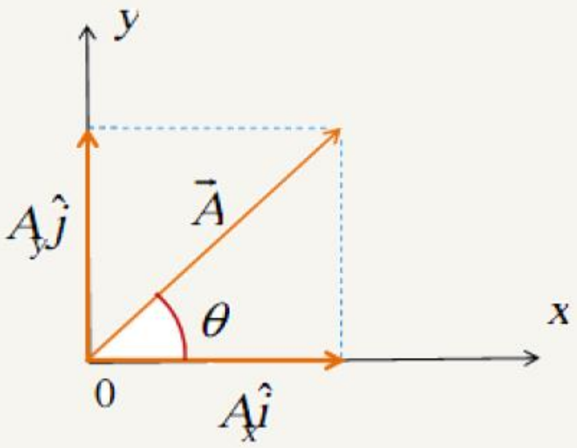
بردار یکه :

بردار یکه در راستای هر محور ، برداری است به طول واحد و در جهت همان محور

هر برداری را می توان بر حسب بردارهای یکه بیان کرد:

$$\vec{A}= A_x\hat{i} + A_y\hat{j}$$

کمیت های $A_x\hat{i}$ و $A_y\hat{j}$ مولفه های برداری $\vec{A}$ نامیده می شوند.



بردارها

جلسه سوم

روش دیگر جمع بردارها این است که بردارها را با ترکیب مؤلفه ها برای تک تک محورها با هم جمع کنیم.

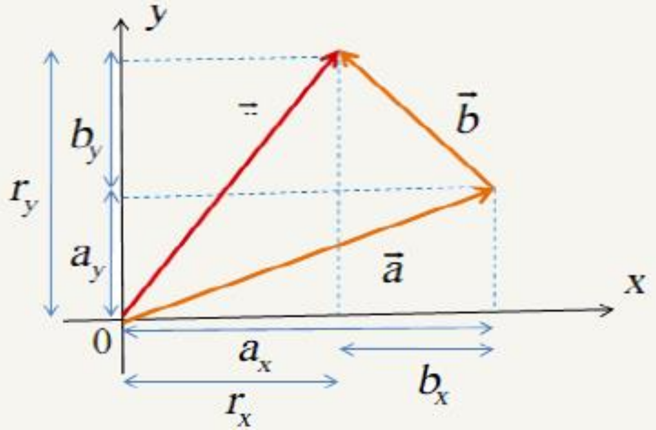
$$\vec{r}=\vec{a}+\vec{b} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} r_x = a_x + b_x \\ r_y = a_y + b_y \end{cases}$$

نمایش بردار حاصل جمع با نمادهای بردار یکه:

$$\Rightarrow \quad \vec{r}=(a_x+b_x)\hat{i}+(a_y+b_y)\hat{j}$$

نمایش بردار حاصل جمع با نمادهای اندازه-زاویه:

$$\begin{cases} r=\sqrt{r_x^2+r_y^2}=\sqrt{(a_x+b_x)^2+(a_y+b_y)^2} \\ tan\theta=\dfrac{r_y}{r_x}=\dfrac{a_y+b_y}{a_x+a_x} \end{cases}$$



بردارها

جلسه سوم

ضرب بردارها

ضرب اسکالر

نتیجه حاصل از این ضرب یک عدد یا اسکالر است.

1) $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$

2) $\vec{A}.\vec{B} = (A_x\,\hat{i} + A_y\,\hat{j} + A_z\,\hat{k}).(B_x\,\hat{i} + B_y\,\hat{j} + B_z\,\hat{k})$

$\longrightarrow A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \Rightarrow$ یک عدد می باشد

خواص ضرب اسکالر:

1) جابجایی پذیری $\vec{B}.\vec{A} = \vec{A}.\vec{B}$

2) توزیع پذیری $\vec{A}.(\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A}.\vec{B} + \vec{A}.\vec{C}$

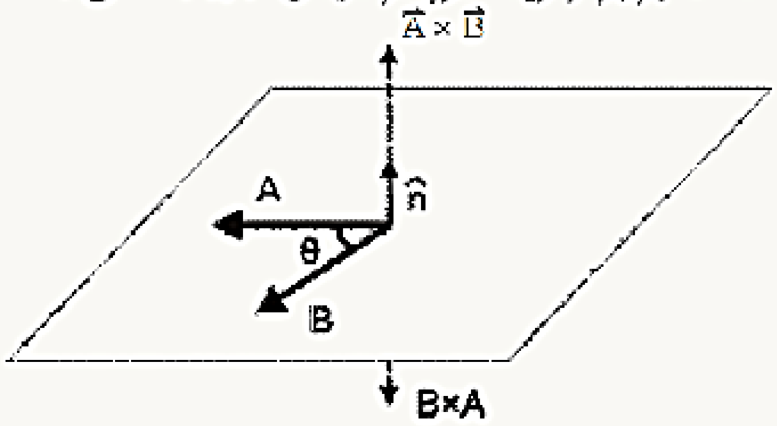
3) اگر θ صفر درجه باشد آنگاه $\vec{A}.\vec{B} = AB \Longrightarrow \vec{A}.\vec{A} = A^2$

4) اگر θ برابر 90 درجه باشد آنگاه $\vec{A}.\vec{B} = 0$

بردارها

ضرب برداری:

ضرب برداری $\vec{A}$ و $\vec{B}$ به صورت $\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta\,\hat{n}$ که θ برابر زاویه کوچکتر میان بردارها می باشد.



حاصلضرب برداری یک بردار است.

نکته: بردار حاصلضرب برداری بر $\vec{A}$ و $\vec{B}$ عمود است.

خواص ضرب برداری

1) $\vec{A}\times\vec{B} \neq \vec{B}\times\vec{A}$ جابجایی پذیر نیست

2) $\vec{B}\times\vec{A} = -\vec{A}\times\vec{B}$

3) $\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\times\vec{B} + \vec{B}\times\vec{C}$

4) $\vec{A}\times\vec{B} = (A_yB_z - A_zB_y)\,\hat{i} + (A_zB_x - A_xB_z)\,\hat{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\,\hat{k}$

حرکت یک‌بعدی

جلسه چهارم

متحرکی را درنظر بگیرید که روی محور X در حال حرکت است. در این صورت فاصله این متحرک را در هر لحظه از مبدا **"مکان متحرک"** می گویند. حال فرض کنید متحرک در لحظه t_1 در فاصله x_1 ودر لحظه t_2 در فاصله x_2 از مبدا است، در این حالت $(x_2 - x_1)$ را **"جابه جایی متحرک"** می نامند.

سرعت متوسط در حرکت بر روی مسیر مستقیم:

سرعت متوسط متحرکی که بر روی محور "X" در حرکت است و در لحظه t_1 در مکان x_1 و در لحظه t_2 در مکان x_2 می باشد را می توان از رابطه زیر بدست آورد:

تغییرات مکان

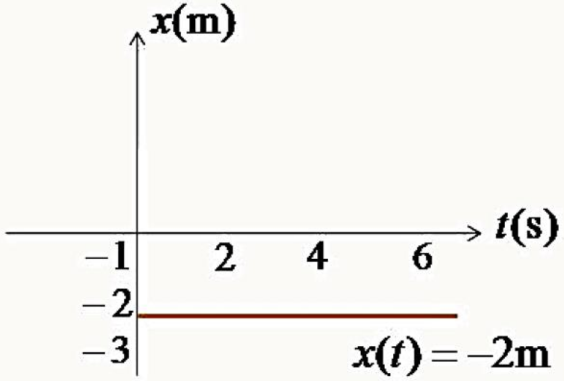
$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

تغییرات زمان

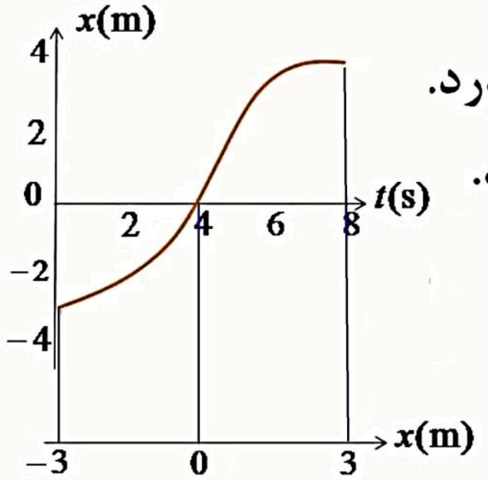
حرکت یک‌بعدی

نمودار مکان-زمان :

نمودار مکان-زمان: مکان x را به صورت تابعی از زمان t با نمودار $x(t)$ نمایش می دهیم.



ذره ساکن در $x=-2\mathrm{m}$:



در $t=0$ در مکان $x=-3\mathrm{m}$ است. در $t=4\mathrm{s}$ از نقطه $x=0$ می گذرد.

سپس در جهت مقادیر بزرگ تر و مثبت x حرکت می کند.

در $t=8\mathrm{s}$ در مکان $x=3\mathrm{m}$ است.

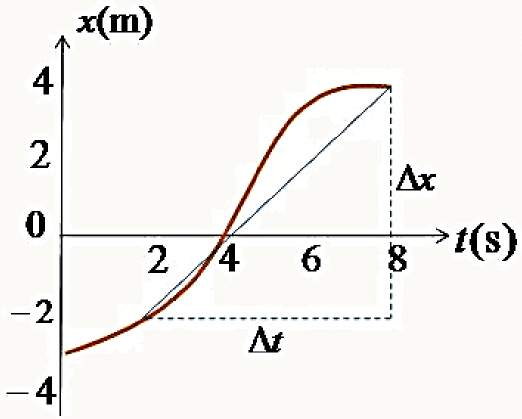
حرکت یک‌بعدی

جلسه چهارم

سرعت متوسط روی نمودار مکان-زمان :

روی نمودار مکان-زمان، سرعت متوسط برابر شیب خط راستی است که دو نقطه (t_1, x_1) و (t_2, x_2) از منحنی را به هم وصل می کند.

- سرعت متوسط در بازه زمانی $t = 2\text{s}$ تا $t = 8\text{s}$:
- علامت $\bar{v}_x$ همان علامت جابجایی Δx است.



$$\text{شیب خط} = \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4-(-2)}{8-2} = 1\,\text{m/s}$$

$\bar{v} > 0$: اگر شیب خط رو به بالا باشد. $\bar{v} < 0$: اگر شیب خط رو به پایین باشد.

حرکت یک‌بعدی

جلسه چهارم

نکته :

- مسافت پیموده شده را نباید با جابجایی اشتباه گرفت! جابجایی صرفا به مکان اولیه و نهایی ذره بستگی دارد. در حالی که مسافت، کل طول مسیر پیموده شده از مکان اولیه به مکان نهایی است.
- جابجایی دو خصوصیت دارد:

اندازه: فاصله بین مکان های اولیه و نهایی که همواره مثبت است.

جهت: از مکان اولیه به مکان نهایی که با علامت مثبت یا منفی قابل نمایش است.

- جابجایی: تغییر مکان از موقعیت x_1 به موقعیت x_2 را جابجایی Δx می نامند : $\Delta x = x_2 - x_1$
- اگر ذره در جهت مثبت محور یعنی افزایش x پیش برود جابجایی آن مثبت و در خلاف جهت محور جابجایی آن منفی است.

$$x_1 = -5\text{m}\,,\ x_2 = -3\text{m} \ \rightarrow\ \Delta x = (-3\,\text{m}) - (-5\text{m}) = +2\text{m}$$

$$x_1 = 5\text{m}\,,\ x_2 = 1\text{m} \ \rightarrow\ \Delta x = (1\,\text{m}) - (5\text{m}) = -4\text{m}$$

حرکت یک‌بعدی

جلسه چهارم

مثال :

وانت باری به اندازه ۸/۴ کیلومتر در امتداد جاده ای مستقیم با سرعت ۷۰ کیلومتر بر ساعت پیش می رود. در این لحظه بنزین ان تمام شده و وانت متوقف می شود. در۳۰ دقیقه بعدی، راننده ۲ کیلومتر دیگر جاده را می پیماید تا به پمپ بنزین برسد. سرعت متوسط راننده از زمانی که اتومبیل راه افتاده تا زمانی که او به پمپ بنزین رسیده چقدر است؟

داده ها:

مکان اولیه:	$x_1 = 0$
سرعت متوسط رانندگی:	$\bar{v}_1 = 70\,\text{km/h}$
مدت زمان رانندگی:	$\Delta t_1 = ?$
جابجایی در بازه زمانی Δt_1:	$\Delta x_1 = 8.4\,\text{km}$
مدت زمان پیاده روی راننده:	$\Delta t_2 = 0.5\,\text{h}$
جابجایی در بازه زمانی Δt_2:	$\Delta x_2 = 2.0\,\text{km}$

حرکت یک‌بعدی

جلسه چهارم

پاسخ:

برای بدست آوردن سرعت متوسط از لحظه حرکت تا رسیدن به پمپ بنزین باید جابجایی کل و مدت زمان کل حرکت را بدست آوریم.

جابجایی کل:

$$\Delta x = \Delta x_2 + \Delta x_1 = 8.4 + 2.0 = 10.4\,\mathrm{km}$$

مدت زمان رانندگی را به صورت زیر محاسبه می کنیم

$$\bar{v}_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{\bar{v}_x} = \frac{8.4\,\mathrm{km}}{70\,\mathrm{km/h}} = 0.12\,\mathrm{h}$$

مدت زمان کل:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 0.12 + 0.5 = 0.62\,\mathrm{h}$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \frac{10.4\,\mathrm{km}}{0.62\mathrm{h}} = 16.8\,\mathrm{km/h}$$

حرکت یک‌بعدی

جلسه چهارم

سرعت لحظه‌ای :

- سرعت متوسط برای بررسی رفتار کلی ذره در یک بازه مفید است، ولی برای بررسی جزئیات حرکت کافی نیست. برای این منظور بهتر است یک تابع ریاضی $v(t)$ داشته باشیم که سرعت ذره را در هر زمان دلخواه بدست دهد. این تابع سرعت لحظه‌ای است.

- سرعت لحظه ای: برابر است با حد جابجایی به مدت زمان جابجایی در حالتی که زمان جابجایی به صفر میل کند (دارای جهت و اندازه).

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

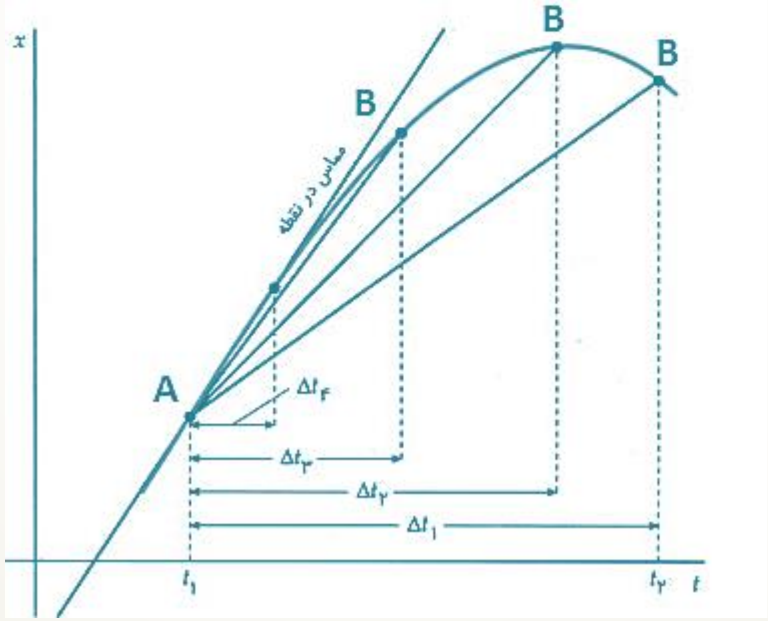
- از نظر ریاضی، $v(t)$ مشتق تابع مکان $x(t)$ نسبت به t است.
- از نظر نموداری، سرعت v در هر لحظه برابر است با مماس بر منحنی مکان- زمان در آن لحظه معین.
- تندی لحظه ای: برابر است با اندازه بردار سرعت لحظه ای.

حرکت یک‌بعدی

جلسه چهارم

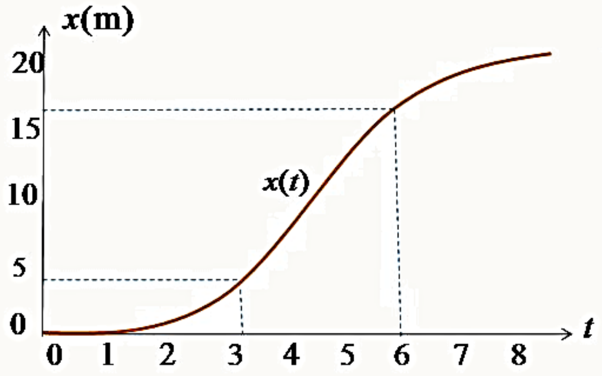
سرعت لحظه‌ای :

سرعت متوسط در نمودار مکان – زمان برابر شیب خطی است که دو نقطه از نمودار را به هم متصل می‌کند. اگر این دو نقطه به قدری به یکدیگر نزدیک شوند که Δt به سمت صفر میل کند، و آنگاه خطی که از این دو نقطه می‌گذرد را رسم کنیم، شیب آن خط نشان دهنده سرعت لحظه‌ای متحرک است. در شکل زیر فاصله دو نقطه A و B را آنقدر کم می‌کنیم تا سرعت لحظه ای متحرک را در لحظه‌ی t_1 نشان دهیم.



مثال :

شکل زیر نمودار $x(t)$ آسانسوری را نشان می دهد که در ابتدا ساکن بوده، سپس به طرف بالا به حرکت در آمده و سرانجام نیز متوقف شده است. نمودار $v(t)$ را برای این آسانسور رسم کنید.



حرکت یک‌بعدی

پاسخ:

شیب نمودار $x(t)$ و بنابراین سرعت در بازه های زمانی ۰ تا ۱ ثانیه و ۷ ثانیه به بعد صفر است.

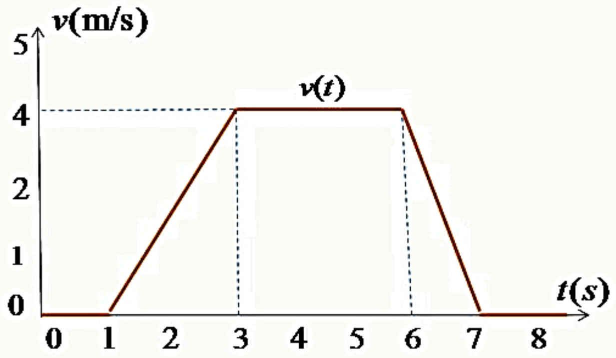
در بازه ۱ تا ۳ ثانیه سرعت در حال افزایش است (شیب نمودار متغیر و مثبت).

در بازه زمانی ۳ تا ۶ ثانیه شیب (سرعت) دارای مقدار ثابت غیر صفر است که از رابطه زیر بدست می آید:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16-4}{6-3} = 4.0\,\mathrm{m/s}$$

در بازه ۷ تا ۸ ثانیه سرعت در حال کاهش است(شیب نمودار متغیر و مثبت).

- بنابراین نمودار سرعت-زمان به صورت زیر خواهد بود:



- سطح زیر نمودار سرعت-زمان تنها تغییرات x را بدست می دهد: $\Delta x = (4.0\,\mathrm{m/s})\,(6\,\mathrm{s} - 3\,\mathrm{s}) = 12\,\mathrm{m}$

حرکت یک‌بعدی

جلسه چهارم

مثال:

موقعیت مکانی ذره ای که روی محور x حرکت می کند، چنین داده می شود: $x=7.8+9.2t-2.1t^3$ که در آن x و t به ترتیب برحسب متر و ثانیه می باشند. سرعت این ذره در $t=3.5\,\text{s}$ چقدر است؟ آیا این سرعت ثابت می ماند؟

سرعت از مشتق اول تابع مکان $x(t)$ نسبت به زمان بدست می آید: $v=\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{d}{dt}(7.8+9.2t-2.1t^3)=9.2-6.3t^2$

در لحظه $t=3.5\,\text{s}$ داریم $v=9.2-(6.3)(3.5)^2=-68\,\text{m/s}$

در نتیجه در این زمان ذره در جهت منفی x در حال حرکت است.

رابطه فوق وابستگی سرعت را به زمان به صورت تابعی درجه دوم نشان می دهد.

حرکت یک‌بعدی

شتاب

- به شکل توصیفی، شتاب ذره در هر لحظه برابر است با آهنگ تغییر سرعت در آن لحظه.
- به زبان نمودار، شتاب ذره در یک لحظه معین با شیب منحنی سرعت-زمان در آن لحظه برابر است.
- از طرفی شتاب ذره در هر لحظه برابر است با مشتق دوم تابع مکان ذره نسبت به زمان:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

حرکت یک‌بعدی

جلسه چهارم

شتاب

- **شتاب متوسط:** نسبت تغییرات سرعت به زمان این تغییرات (هم جهت با تغییرات سرعت) $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

- اگر تغییر سرعت در بازه های زمانی یکسان متوالی یکی نباشد، شتاب متغیر است. در این مورد لازم است شتاب لحظه‌ای تعریف کنیم.

- **شتاب لحظه ای:** برابر است با حد تغییرات سرعت به مدت زمان تغییرات سرعت در حالتی که این زمان به صفر میل کند.

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

- شتاب ذره در هر لحظه برابر است با مشتق دوم تابع مکان ذره نسبت به زمان $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$

حرکت یک‌بعدی

جلسه چهارم

- به زبان نمودار، شتاب ذره در یک لحظه معین با شیب منحنی سرعت-زمان $v(t)$ در آن لحظه برابر است.
- اگر $v(t)$ ثابت باشد، $a = 0$ است.
- اگر $v(t)$ خط راست باشد، a ثابت و برابر با شیب خط است.
- اگر $v(t)$ منحنی باشد، a هم تابعی از t خواهد بود که با مشتق گیری از $v(t)$ بدست می آید.
- **نکته:** اگر سرعت و شتاب جسم هم علامت باشند، مقدار سرعت جسم افزایش می یابد.

اگر مخالف علامت باشند، مقدار سرعت کاهش می یابد.

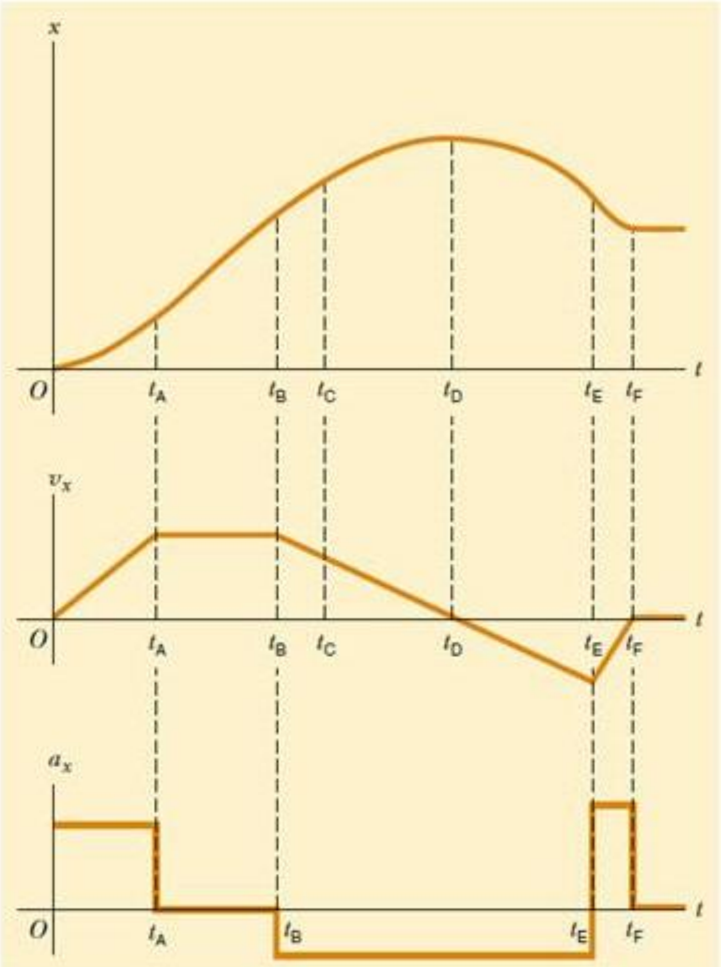
حرکت یک‌بعدی

- رابطه بین نمودارهای مکان-زمان، سرعت-زمان و شتاب-زمان:

مکان-زمان

سرعت-زمان

شتاب-زمان



حرکت یک‌بعدی

مثال:

ذره ای طبق رابطه $x = 50t + 10t^2$ در راستای محور x حرکت می‌کند. x بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است.

الف) سرعت متوسط ذره را در $3s$ اول حرکت بدست آورید.

ب) سرعت و شتاب لحظه ای ذره را در $t = 3s$ پیدا کنید.

الف) سرعت متوسط ذره در ۳ ثانیه اول حرکت:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{3}$$

$$x(0) = 50\times 0 + 10\times 0^2 = 0$$

$$x(3) = 50\times 3 + 10\times 3^2 = 240 \quad \Rightarrow \bar{v} = \frac{240}{3} = 80\,\text{m/s}$$

ب) سرعت و شتاب لحظه ای:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 50 + 20t \quad \Rightarrow \quad a(t) = \frac{dv}{dt} = 20$$

$$v(3) = 50 + 20\times 3 = 110 m/s \qquad a(3) = 20 m/s^2$$

حرکت یک‌بعدی

جلسه پنجم

شتاب ثابت

- در حرکت با شتاب ثابت، شتاب متوسط و شتاب لحظه ای برابر هستند. برای جسمی که در $t=0$ با سرعت v_0 حرکت می کند

و در زمان بعدی t سرعت آن به v می رسد، داریم

$$a=\bar{a}=\frac{v-v_0}{t-0} \qquad (1)$$

- بنابراین معادله سرعت-زمان حرکت با شتاب ثابت برابر است با

$$v=at+v_0 \qquad (2)$$

- برای کامل کردن تحلیل سینماتیک شتاب ثابت، باید وابستگی مکان به زمان را بدست آوریم.

- با فرض این که ذره در زمان $t=0$ در x_0 و در زمان t در x باشد، سرعت متوسط را می توان نوشت:

$$\bar{v}=\frac{x-x_0}{t} \qquad (3)$$

- از طرفی در حرکت شتاب ثابت، سرعت یک خط راست است پس متوسط سرعت در یک بازه با میانگین سرعت‌های اولیه و نهایی برابر است:

$$\bar{v}=\frac{v+v_0}{2} \qquad (4)$$

حرکت یک‌بعدی

جلسه پنجم

- v را از معادله (۲) در (۴) قرار می دهیم:

$$\begin{cases} \bar{v} = \dfrac{v + v_\circ}{2} \\ v = v_\circ + at \end{cases} \Rightarrow \quad \bar{v} = v_\circ + \frac{1}{2}at \qquad (5)$$

- از قرار دادن معادله (۵) در (۳) به نتیجه زیر می رسیم:

$$v_\circ + \frac{1}{2}at = \frac{x - x_\circ}{t}$$

(معادله مکان-زمان حرکت شتاب ثابت)

$$x - x_\circ = v_\circ t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (6)$$

- با حذف t به معادله مستقل از زمان می رسیم:

$$v^2 - v_\circ^2 = 2a(x - x_0) \qquad (7)$$

- از ترکیب معادلات (۳) و (۴) به معادله مستقل از شتاب ـی رسیم:

$$x - x_\circ = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \qquad (8)$$

- با جایگذاری $v_\circ$ از معادله (۲) در (۸) داریم:

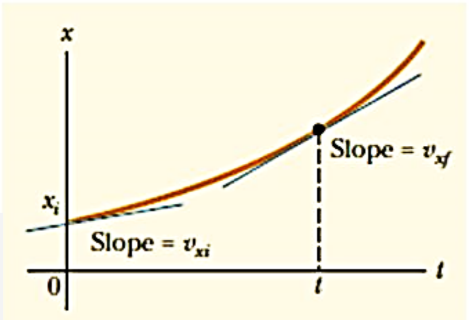
$$x - x_\circ = vt - \frac{1}{2}at^2 \qquad (9)$$

حرکت یک‌بعدی

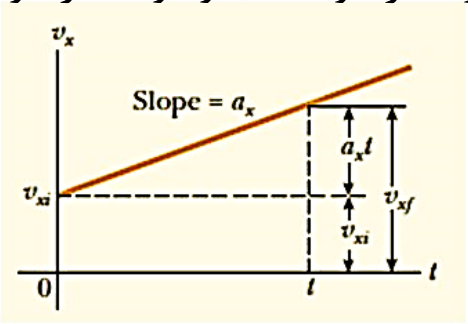
جلسه پنجم

کمیت ناپیدا	معادله
سرعت (v)	$x - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$
شتاب (a)	$x - x_0 = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t$
جابجایی $(x - x_0)$	$v = at + v_0$
زمان (t)	$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

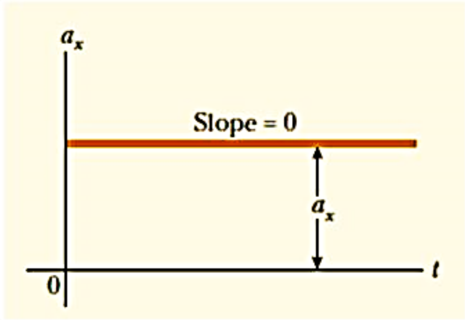
منظور از کمیت ناپیدا، کمیتی است که در معادله حضور ندارد. مثلا در معادله دوم سرعت، زمان و مکان وجود دارد و شتاب وجود ندارد و معادله مستقل از شتاب است.



نمودار مکان-زمان



نمودار سرعت-زمان



نمودار شتاب-زمان

حرکت یک‌بعدی

مثال:

نوک منقار دارکوب با سرعت ۷/۴۹ متر بر ثانیه به تنه درخت برخورد می کند. منقار دارکوب پس از نفوذ ۱/۸۷ میلی متر در تنه درخت از حرکت باز می ایستد. با فرض ثابت بودن شتاب، اندازه این شتاب را برحسب g به دست آورید.

- **داده ها:**

$$x-x_0=1.87\times10^{-3}\ \mathrm{m} \quad v_0=7.49\,\mathrm{m/s}, \quad v=0, \quad a=?. \quad \mathrm{g}=-10\mathrm{m/s}^2$$

- باتوجه به داده ها از رابطه مستقل از زمان استفاده می کنیم:

$$v^2-v_\circ^2=2a(x-x_0) \quad 0-(7.49)=2a(1.87\times10^{-3}-0)$$

$$\Rightarrow \quad a=-1.5\times10^4\ \mathrm{m/s^2} \qquad \Rightarrow \quad a=1.5\times10^3\ \mathrm{g}$$

حرکت یک‌بعدی

جلسه پنجم

سقوط آزاد

- جسمی آزادانه از ارتفاعی بالای سطح زمین رها می شود و به طور کاملا عمود به سطح زمین سقوط می کند. تنها نیرویی که به این جسم وارد می شود نیروی گرانشی سطح زمین است.
- با توجه به تعریف حرکت یک بعدی، این حرکت نیز حرکت یک بعدی با شتاب ثابت گرانشی زمین است که با g نمایش داده می شود و اندازه آن تقریبا ۹/۸ متر بر مجذور ثانیه است و جهت آن به سمت زمین است.

- همه اجسام، مستقل از سرعت اولیه، شکل، اندازه، یا ترکیب شان، در نزدیکی سطح زمین با شتاب یکسانی سقوط می کنند.
- راستای سقوط آزاد را با y نشان می دهیم، وجهت مثبت را رو به بالا می گیریم.
- در حل مسائل مربوط به سقوط آزاد، اگر جهت مثبت را به طرف بالا در نظر بگیریم، gباید با علامت منفی در روابط وارد شود.

- شتاب منفی به این معنی است که با گذشت زمان، سرعت جسم یا به مقادیر مثبت کوچک تر و یا این که به مقادیر منفی بزرگتر میل می کند.

حرکت یک‌بعدی

می‌توان معادلات حرکت یک‌بعدی را برای سقوط آزاد به صورت جدول زیر نوشت:

کمیت ناپیدا	معادله	شماره معادله
سرعت (v)	$y-y_0=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t$	(1)
شتاب $(-g)$	$y-y_0=\left(\frac{v+v_0}{2}\right)t$	(2)
جابجایی $(y-y_0)$	$v=-gt+v_0$	(3)
زمان (t)	$v^2-v_0^2=-2g(y-y_0)$	(4)

ارتفاع و زمان اوج:

فرض کنید جسمی را به صورت قائم به بالا پرتاب می‌کنیم، در بالاترین نقطه (نقطه اوج) سرعت جسم صفر شده و جسم به سمت زمین سقوط می‌کند. ارتفاع و زمان نقطه اوج از روابط زیر به دست می‌آید:

- در نقطه اوج سرعت صفر است بنابراین

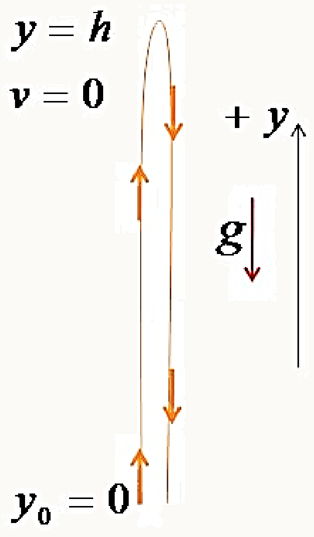
$$v^2 - v_0^2 = -2gh$$

$$0 - v_0^2 = -2gh \quad \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}$$ ارتفاع اوج

$$v = -gt + v_0$$

$$0 = -gt + v_0 \Rightarrow t_h = \frac{v_0}{g}$$ زمان اوج

$$\Rightarrow t_{tot} = 2t_h = 2\frac{v_0}{g}$$ زمان کل (رفت و برگشت)



مثال:

توپ پرت کن بازی بیسبال، توپی را با مقدار سرعت اولیه $12\,\mathrm{m/s}$ در امتداد محور y به بالا می اندازد.

الف) چقدر طول می کشد تا توپ به حداکثر ارتفاع خود برسد؟

ب) حداکثر ارتفاع توپ نسبت به نقطه ای که از آن رها شده چقدر است؟

ج) چقدر طول می کشد تا توپ به ارتفاع ۵ متر نسبت به نقطه رها شدنش برسد؟

داده ها:

شتاب توپ در کل مسیر حرکت همان شتاب ثابت سقوط آزاد است:

$$a = -g = -9.8\,\mathrm{m/s^2}$$

$$v_0 = 12\,\mathrm{m/s}, \qquad v = 0$$

حرکت یک‌بعدی

جلسه پنجم

پاسخ:

الف) معادله ای را انتخاب می کنیم که شامل ۴ کمیت v, g, v_0, t باشد. از معادله (۲) داریم:

$$t = \frac{v - v_0}{-g} = \frac{0 - 12}{-9.8} = 1.2\,\text{m/s}$$

ب) نقطه رها شدن توپ را مبدا مختصات $(y_0 = 0)$ می گیریم. در حداکثر ارتفاع $v = 0$ است و با استفاده از معادله مستقل از زمان ارتفاع اوج بدست می آید:

$$y = \frac{v^2 - {v_0}^2}{-2g} = \frac{0 - 12^2}{2(-9.8)} = 7.3\,\text{m}$$

ج) با داشتن ۳ کمیت $y - y_0, g, v_0$ و با توجه به این که دنبال زمان هستیم، معادله (۶) را انتخاب می کنیم:

$$y - y_\circ = -\frac{1}{2}gt^2 + v_\circ t \Rightarrow \quad 5 - 0 = -\frac{1}{2}(9.8)t^2 + 12t$$

حرکت یک‌بعدی

جلسه پنجم

ادامه پاسخ:

$$\Rightarrow \quad 4.9t^2 - 12t + 5 = 0$$

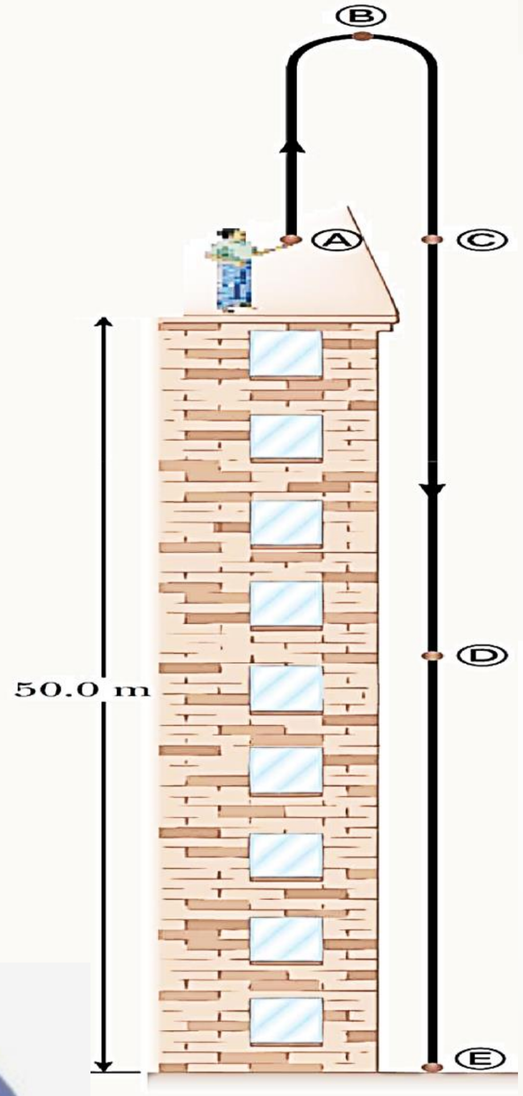
از حل این معادله درجه دوم را بر حسب t داریم:

$$t_1 = 0.53\text{s} \quad , \quad t_2 = 1.9\text{s}$$

وجود دو جواب نشان می دهد که توپ دوبار از نقطه $y = 5\,\text{m}$ می‌گذرد، یک بار وقتی به طرف بالا حرکت میکند (t_1)، و بار دوم وقتی که رو به پایین در حرکت است (t_2).

حرکت یک‌بعدی

مثال:



سنگی از بالای ساختمانی با سرعت اولیه ۲۰ متر بر ثانیه به طرف بالا پرتاب می شود.

ارتفاع ساختمان ۵۰ متر است و سنگ دقیقا از لبه ساختمان پرتاب می شود.

الف) چقدر طول می کشد تا سنگ به نقطه پرتاب اولیه برسد؟

ب) سرعت سنگ در این نقطه چقدر است؟

ج) سنگ پس از چند ثانیه به زمین برخورد می کند؟

د) سرعت سنگ در لحظه برخورد با زمین چقدر است؟

حرکت یک‌بعدی

پاسخ:

الف) در سقوط آزاد حرکت رفت و برگشت با هم یکسانند، بنابراین زمان برگشت به نقطه اولیه دوبرابر زمان اوج است:

$$t_C = 2t_h = 2\frac{v_0}{g} = 4.08\,\mathrm{s}$$

ب) مکان اولیه را در نقطه پرتاب در نظر می گیریم:

$$v_C = -gt + v_A \Rightarrow v_C = -9.8\times 4.08 + 20 \Rightarrow v_C = -20\,\mathrm{m/s}$$

ج) لبه ساختمان (نقطه A) را مبدا محور y در نظر می گیریم:

$$y_E = -\frac{1}{2}gt^2 + v_A t + y_A$$

$$\Rightarrow -50 = -\frac{1}{2}9.8\times t^2 + 20t \quad \Rightarrow -4.9t^2 + 20t + 50 = 0 \quad \Rightarrow t = 5.83\,\mathrm{s}$$

د) بنابراین سرعت در روی زمین برابر است با:

$$v_E = -gt + v_A \Rightarrow v_E = -9.8\times 5.83 + 20 \quad \Rightarrow v_E = -37.1\,\mathrm{m/s}$$

حرکت یک‌بعدی

جلسه پنجم

انتگرال‌گیری نمودار (مساحت زیر نمودار):

- با انتگرال گیری از نمودار شتاب-زمان یک جسم می توان سرعت آن را در هر لحظه تعیین کرد.

$$a = \frac{dv}{dt} \quad \Rightarrow \quad v_1 - v_0 = \int_{t_0}^{t_1} a\, dt$$

- طرف راست رابطه فوق یک انتگرال معین است و برابر است با مساحت زیر منحنی شتاب از t_0 تا t_1.
- وقتی منحنی شتاب بالای محور زمان باشد، مساحت و درنتیجه سرعت مثبت است و بالعکس.
- مساحت زیر منحنی سرعت-زمان در یک بازه زمانی معین برابر است با جابجایی در آن بازه زمانی:

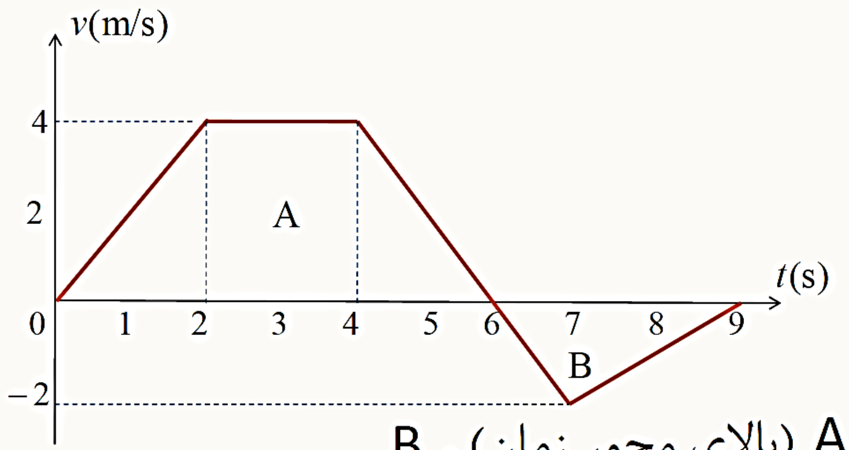
$$v = \frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \quad x_1 - x_0 = \int_{t_0}^{t_1} v\, dt$$

- وقتی منحنی سرعت بالای محور زمان باشد، جابجایی مثبت است و اگر منحنی در پایین محور زمان باشد، جابجایی منفی است.

حرکت یک‌بعدی

مثال:

نمودار سرعت-زمان پیاده روی شخصی به شکل زیر است. این شخص در ۹s چقدر جابجا شده است؟ چه مسافتی را پیموده است؟



- برای ساده کردن محاسبات، مساحت را به دو ناحیه A (بالای محور زمان) و B (پایین محور زمان) تقسیم می کنیم.
- جابجایی در بازه زمانی ۰ تا ۶s برابر است با مساحت ناحیه A که یک ذوزنقه است.

$x_6 - x_0 =$ مساحت ذوزنقه =[ارتفاع ×(قاعده بزرگ + قاعده کوچک)]/۲

$$x_6 - 0 = [(2+6)\times 4]/2 = 16\,\text{m} \Rightarrow \quad x_6 = +16\,\text{m}$$

حرکت یک‌بعدی

جلسه پنجم

- جابجایی در بازه زمانی ۶s تا ۹s برابر است با مساحت ناحیه B که یک مثلث در زیر محور زمان است.

$x_9 - x_6 =$ مساحت مثلث =(ارتفاع ✻قاعده)/۲ $\Rightarrow \quad x_9 - x_6 = [3\times(-2)]/2 = -3\,\mathrm{m}$

- بنابراین جابجایی کل برابر است با مجموع دو مساحت A و B: $\Rightarrow \Delta x = 16\,\mathrm{m} - 3\,\mathrm{m} = 13\,\mathrm{m}$

- مسافت طی شده در بازه زمانی ۰s تا ۹s برابر است با مجموع اندازه دو مساحت A و B:

$\Rightarrow s = 16\,\mathrm{m} + |-3|\,\mathrm{m} = 19\,\mathrm{m}$ همواره مثبت